Муниципальное бюджетное образовательное учреждение
«Новопетровская основная общеобразовательная школа»
Кулундинского района Алтайского края

Рассмотрено	Утверждаю
на заседании	
педсовета	Директор школы:
протокол №__	________Т.А.Чугреева
от ______2014г.	приказ №___от ______14г.

Программа
факультативного курса по математике
«Текстовые задачи с параметрами»

на 2014-2015 учебный год.

Составитель: Фильченко И.А.,
учитель математики, 1 категория

с.Новопетровка, 2014

Пояснительная записка

Предлагаемая программа элективного курса «Текстовые задачи с параметрами» является предметно-ориентированной. Курс содержит совершенно не проработанные в базовом курсе школьной математики вопросы и своим содержанием может привлечь внимание обучающихся общеобразовательной школы, которым интересна математика.

Курс предназначен для учащихся 8 класса и рассчитан на 17 часов.

Программа курса ориентирована на приобретение определенного опыта решения текстовых задач с параметрами и формирования навыков исследовательской деятельности обучающихся. Решение текстовых задач (уравнений) с параметрами открывает перед обучающимися значительное число эвристических приемов общего характера, применимых в исследованиях и на уроках других дисциплин.

Данный курс представляется особенно актуальным и современным, так как востребован на государственной итоговой аттестации по математике.

С помощью задач с параметрами можно проверить знания основных разделов школьной математики, уровень математического и логического мышления, первоначальные навыки исследовательской деятельности.Отсюда задачи с параметрами обладают диагностической и прогностической ценностью.

Материал данного курса содержит:

- уравнения с параметрами двух видов:

а) для каждого значения параметра найти все решения уравнения;

б) найти все значения параметра, при каждом из которых решения уравнения удовлетворяют заданным условиям;

-текстовые задачи с параметрами.

Все задачи курса связаны с разделами программы для общеобразовательной математики.

Целью курса является создание условий для расширения знаний по решению текстовых задач с параметрами.

Данный курс может иметь существенное образовательное значение для изучения математики. Он призван способствовать решению следующих **задач:**

-повышению уровня понимания и практической подготовки в таких вопросах, как:

а) решение и исследование линейных, квадратных уравнений содержащих параметр;

б) расширение знаний обучающихся по решению и исследованию текстовых задач с параметрами;

-через решение и исследование задач с параметрами формированию устойчивого интереса к предмету, развитию математических способностей.

Основные формы организации учебных занятий: лекция, объяснение, практическая работа, семинар.

Для стимулирования положительного отношения к занятиям применяются методы и приемы:

- создание на занятиях ситуации занимательности (формулировки задач);
- использование сравнений и аналогий;
- организация дискуссий, создание проблемных ситуаций
- создание ситуации успеха путем оказания дифференцированной помощи.

Приложение к элективному курсу содержит некоторый набор уравнений и текстовых задач с параметрами, которые можно использовать для практических и семинарских занятий, для организации контроля в виде самостоятельных и контрольных работ.

В результате изучения курса обучающиеся должны:

знать

✓ понятие параметра;

- ✓ основные методы решения линейных, квадратных уравнений с параметрами;
- ✓ зависимости количества корней уравнения от значений параметра;
- ✓ зависимости величин при составлении математических моделей реальных ситуаций.

уметь:

- ✓ решать линейные, квадратные уравнения с параметрами;
- ✓ решать текстовые задачи с параметрами алгебраическими методами;
- ✓ интерпретировать результат с учетом ограничений условия задачи;
- ✓ проводить отбор решений, исходя из формулировки задачи;
- ✓ использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности для моделирования практических ситуаций и исследования построенных моделей с использованием решений линейных и квадратных уравнений с параметрами.

Формы контроля.

В ходе обучения проводятся самостоятельные работы, на которых обучающиеся выступают субъектами оценивания. Контроль проводится через самоанализ, самооценку, взаимооценку выполненных заданий.

Учебно-тематический план элективного курса «Текстовые задачи с параметрами»

№ п/п	**Темы занятий**	**Кол-во часов**	**Форма занятия**	**Дата проведения**	
				план	**Факт**
1.	Введение параметра	2	Лекция Практикум		
2.	Уравнения первой степени с одним неизвестным	3	Лекция Практикум Семинар		
3.	Линейные уравнения как математические модели реальных ситуаций (текстовые задачи)	3	Лекция Практикум Семинар		
4.	Уравнения второй степени с одним неизвестным	4	Лекция Практикум Семинар		
5.	Уравнения второй степени как математические модели реальных ситуаций (текстовые задачи).	4	Лекция Практикум Семинар		
6.	Итоговое занятие	1			
7.	ВСЕГО	17			

Содержание программы

Тема 1. Введение параметра (2ч).

Текстовые задачи, не имеющие решения. Определение параметра.
Решение линейных, квадратных уравнений в общем виде.

Основная цель - через решение текстовых задач, не имеющих решения, ввести понятие параметра, актуализировать разделы общеобразовательной математики, в которых присутствует сама идея параметра.

Тема 2. Уравнения первой степени с одним неизвестным (3ч).

Линейное уравнение вида $ax = b$ (x- переменная, a, b- параметры). Алгоритм решения линейного уравнения с параметром. Зависимость количества корней от параметров a и b. Решение линейного уравнения с параметром при наличии дополнительных условий к корням уравнения. Уравнение с параметром, сводимое к линейному уравнению.

Основная цель – поиск решений линейных уравнений с параметром, исследование количества корней уравнения в зависимости от значения параметра.

Тема 3. Линейные уравнения как математические модели реальных ситуаций (текстовые задачи -3ч).

Сюжетные текстовые задачи на исследование линейного уравнения с параметром.

Основная цель – через решение текстовых задач исследовать корни уравнения вида $ax= b$ (x – переменная, a и в – параметры), рассмотрев случаи:

$ax= b$ - имеет целое положительное решение;
$ax= b$ – имеет целое отрицательное решение;
$ax= b$ –имеет нулевое решение;
$ax= b$ – не имеет решения;
$ax= b$ – имеет множество решений.

Тема 4. Уравнения второй степени с одним неизвестным (4ч).

Понятие квадратного уравнения с параметром. Решение квадратных уравнений с параметром. Решение квадратных уравнений с параметром при наличии дополнительных условий к корням уравнений. Применение теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметром. Графический метод решения уравнений с параметром.

Основная цель - выработать умения решать квадратные уравнения с параметром, исследовать количество корней квадратного уравнения в зависимости от параметров a, b, c, познакомить с особенностями расположения корней квадратного уравнения через решение задач (при каких значениях параметра корни больше (меньше, не больше, не меньше) заданного числа p; корни расположены между числами p и q; корни не принадлежат промежутку с концами в точках p и q).

Тема 5. Квадратные уравнения как математические модели реальных ситуаций (текстовые задачи – 4ч).

Сюжетные текстовые задачи на исследование квадратных уравнений с параметром.

Основная цель - выработать умения исследовать решения квадратного уравнения, полученного в результате составления его по условию задачи, при этом установить соотношения между параметрами, при которых уравнение имеет действительные корни, принадлежащие множеству допустимых значений для неизвестного.

Итоговое занятие (1ч)

Приложения
к программе элективного курса по математике
«Текстовые задачи с параметрами»

1.Введение параметра.

1.1Текстовые задачи, мотивирующие введение параметра;

1.2. Определение параметра.

2.Уравнения первой степени с одним неизвестным.

2.1.Линейные уравнения с параметрами; Уравнения, сводимые к линейным уравнениям с параметрами.

3. Линейные уравнения как математические модели реальных ситуаций.

3.1.Текстовые задачи на исследование линейных уравнений с параметрами.

4.Уравнения второй степени с одним неизвестным.

4.1 Исследование корней квадратного трехчлена в зависимости от параметров a, b,c.

4.2 Уравнения второй степени с одним неизвестным.

5.Уравнения второй степени как математические модели реальных ситуаций.

5.1. Текстовые задачи на исследование квадратных уравнений с параметрами.

6.Задания для самопроверки и самокоррекции знаний по теме.

1.Введение параметра.

1.1.Текстовые задачи, мотивирующие введение параметра.

Задача1.Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, вышел пароход, проходящий 10 км в час. Через два часа выяснилось, что на пароход до прибытия его в пункт В нужно передать приказ. Приказ можно передать только на катере, проходящем 12,5 км в час. Сможет ли этот катер догнать пароход до прибытия последнего в пункт В?
(Решение показывает, что катер не догонит пароход)
1а. Сохраняя условия первой задачи, найти, какова должна быть скорость катера, чтобы он вообще мог догнать пароход до прибытия его в пункт В?
(решение показывает, что скорость катера должна быть больше16 ,3 км в час).
1б. Сохраняя условия первой задачи, рассчитать, с какой скоростью должен двигаться катер, чтобы догнать пароход на расстоянии 9/10 пути от А к В?
(скорость 18 км в час)
1в. Сохраняя условие первой задачи, обозначить скорость катера буквой. Найти такие значения буквы, чтобы задача имела решение.

Задача 2. Если на каждую скамью в парке посадить по пять человек, то четверо останутся без места. А если на каждую скамью посадить по три человека, то останутся два свободных места. Сколько в парке было человек и сколько скамей?
(Задача не имеет решения, так как уравнение имеет отрицательные корни)
2а. Как надо изменить данные задачи, чтобы она имела решение?
(Вместо числа три поставить шесть).

Задача 3. Рабочая бригада, состоящая из 20 человек (взрослых и подростков), устроила сбор денег на покупку газет, причем каждый взрослый внес по 3 рубля, а каждый подросток по 1 рублю.
Сколько было в этой бригаде взрослых и сколько подростков, если весь сбор составил 35 рублей?
(Уравнение, составленное по условию задачи, имеет решение, сама задача не имеет решения).
3а. Сохраняя условие задачи, число 20 замените буквой а.

Найдите для а такие значения, чтобы задача имела решение.

Задача 4. Две бригады школьников получили за работу 12 долларов. Каждый школьник первой бригады получил 7 долларов, а второй бригады 5 долларов. Во второй бригаде на три школьника больше, чем в первой. Сколько было школьников в каждой бригаде?
(Задача не имеет решения, так как корень уравнения дробное число).
4а. Каким числом следует заменить в условии задачи число три, показывающее, насколько больше было школьников во второй бригаде, чем в первой, чтобы задача имела решение?

Прогнозируемый вывод, вытекающий из решения задач.
В каждой из решенных задач одна величина была выражена не числом, а буквой, называемой параметром, благодаря чему соответствующие уравнения имели буквенные коэффициенты. Выяснилось, что хотя эти уравнения и имели решения, но не при всяком значении параметра сама задача имела решение.
Чтобы найти допустимые для задачи числовые значения параметра, велись специальные рассуждения. Совокупность подобных рассуждений и составляет то, что принято называть исследованием уравнения.
Итак, исследовать уравнение - это, найти множество всех тех значений параметров, при которых решение уравнения принадлежат множеству допустимых его значений.

Ввести определение параметра.

1.2 Что такое параметр?

Параметр рассматривается как число, значение которого фиксировано, но неизвестно человеку, решающему задачу. Фиксированность этого числа позволяет оперировать с ним как с неизвестным числом, а неизвестность вносит в решение задачи некоторые осложнения, связанные с тем, что не любую операцию можно проделать с любым числом - не из всякого числа можно извлечь квадратный корень, не на любое число можно поделить…
Неизвестность для решающего фиксированных значений параметров приводит к необходимости разветвления решения и к соответствующему разветвлению ответа.
Это обстоятельство осложняет задачу, но преодоление возникающих трудностей является развивающим моментом, активизирующим знания учащихся о функциях, об области определения, о выполнимости операций над числами.(Г.В. Дорофеев. О задачах с параметрами
/ Математика в школе. -1983. -№4).

Переменные a, b, c,….k, которые при решении уравнения считаются постоянными, называются параметрами, а само уравнение называется уравнением, содержащим параметры.
Параметры обозначают буквами латинского алфавита, неизвестные - буквами x, y, z.
Решить уравнение с параметром - значит указать, при каких значениях параметров существуют решения и каковы они. (Г.А. Ястребинецкий. Задачи с параметрами. Изд. Просвещение. - 1986)
Решить уравнение с параметром - это значит показать, каким образом для любого значения параметра можно найти соответствующее множество корней уравнения, если они существуют, или установить, что при этом значении параметра корней нет. (Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под. ред. С.А. Теляковского.- М.: Просвещение, 2008)

2. Уравнения первой степени с одним неизвестным.

2.1.Линейные уравнения с параметрами. Уравнения с параметрами, сводимые к линейным уравнениям.

1.Решите уравнение:

а) $ax = a$.

б) $(a^2- 4)x = a^2+ a - 6$.

в) $a /(x-2) =1$.

г) $x / (x+1) =a$.

д) $bx-3x = b^3-3b^2+4b-12$.

е) $2a(a-2)x = a-2$.

2. Может ли корень уравнения $3(x-4) –b = x -11$ являться положительным числом? При каком условии?

3.Существуют ли такие значения а, что:

а) уравнение $(a^2+a-2)x = a –1$ не имеет корней;

б) корнем этого уравнения является любое число.

4.При каком значении а, уравнение $(a^2-4)x = a-2$

не имеет корней, имеет бесконечно много корней?

5.При каких значениях b уравнение $b(x-3) = 6 –2x$ имеет бесконечное множество корней?

6.При каких значениях параметра а, уравнение $(a+3)x = a+1$

а) имеет корень равный 5?

б) не имеет корней?

7.Найдите все значения а, для которых, хотя бы при одном

значении x из промежутка $(-2;3]$, значение выражения $2x - 3$ равно значению выражения $a +x$.

8. Решите уравнение $2a -3x = 25 +2x$. Найдите для а такие числовые значения, чтобы уравнение имело:

а) корень, равный нулю;

б) корень, равный 3;

в) корень, равный –3;

г) при каких значениях а, уравнение имеет положительный корень?

9.Решите уравнение $2(a-3x)+x = 4a -10(x- a)+24$.

Найдите, при каких значениях а, уравнение имеет:

а) корень, равный нулю;

б) корень, равный 12;

в) корень, равный –12;

г) имеет отрицательный корень.

10.Решите уравнение $10(x-2) = 17 +ax$.

Определите значения а, при которых уравнение:

а) не имеет решения;

б) имеет отрицательные решения;

в) считая а целым числом, найдите все такие его значения, чтобы уравнение имело корнем натуральное число.

3. Линейные уравнения как математические модели реальных ситуаций.

3.1. Текстовые задачи на исследование линейных уравнений с параметрами.

Задача 1. Сумма цифр двузначного числа равна а. Если в этом числе переставить цифры, то новое число будет больше искомого на 63. Найдите это число, определив все допустимые значения

величины а.

(Задача имеет два решения: 18 и 29 – искомые числа).

Задача 2. Сумма цифр двузначного числа равна 12. Если от искомого числа отнять число а, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число.

Задача 3. В двузначном числе цифра единиц на а больше цифры десятков. Если увеличить в 7 раз число, выраженное цифрой его десятков, и то же самое сделать с цифрой его единиц, а затем к первому произведению приписать справа второе, то получится четырехзначное число, в 61 раз больше искомого. Найдите это число, определив все допустимые значения а.

Задача 4. Для погрузки 185 одинаковых машин на завод было подано 30 вагонов двух типов. Вагоны одного типа вмещают по а машин каждый, другого типа по 4 машины. Сколько вагонов каждого типа было подано на завод? Определите допустимые значения и найдите все решения задачи, если известно, что никакой вагон не может вместить больше 20 машин каждый.

Задача 5. Для погрузки m одинаковых машин на завод был подан подвижный состав в 30 товарных вагонов двух типов. Вагоны одного типа вмещают по а машин, вагоны второго типа – по 4 машины каждый. Сколько вагонов каждого типа было подано под погрузку машин? Найдите для величин m и а такие числовые значения, при которых задача имеет решение неопределенного характера и истолковать его.

Задача 6. Две бригады рабочих заработали 900000 рублей. Каждый рабочий одной бригады получил по 35000 рублей, а другой по 25000 рублей. Сколько рабочих было в каждой бригаде, если в одной из них было на а человек больше, чем в другой? Определите допустимые значения величины а и найдите все решения задачи.

Задача 7.Отцу 45 лет, сын моложе его на а лет. Сколько лет назад отец был или через сколько лет он будет в 8 раз старше сына, если известно, что каждый год день рождения они праздновали одновременно. Определите допустимые значения величины а и найдите все решения задачи, если искомое число целое и $a>18$.

Задача 8. Брат и сестра копили деньги на покупку книг. Один из них ежедневно откладывал в копилку на m гривенников больше другого. Известно, что таким путем брат откладывал в день по одному рублю. К первому июля в копилке брата было 7 рублей, а в копилке сестры 6m гривенников. К какому числу брат собрал или соберет вдвое больше, чем сестра?

Задача 9.По какому одинаковому числу надо прибавить к числителю и знаменателю дроби $3/4$, чтобы она стала равной

числу k ?

Задача 10. Отцу a лет. Сын на n лет моложе. Через сколько лет отец был или будет в k раз старше сына?

Задача 11. Охотник предложил своему сыну стрелять в цель на следующих условиях: за каждое попадание он платит ему по 50 руб., а за неудачный выстрел удерживает с него 35 руб. Сделав n выстрелов, сын получил 425 рублей. Сколько удачных выстрелов он сделал, если известно, что была использована начатая пачка патронов, содержащая в запечатанном виде 25 штук?

Задача 12. В школе два параллельных девятых класса с общим числом обучающихся в a человек. В начале года из класса с большим числом обучающихся перевели в другой класс двух человек, после чего в меньшем классе стало 8/9 того количества, что в большем. Сколько обучающихся было в каждом классе вначале, если предельная норма обучающихся для класса 30 человек.

Задача 13. 335 дынь надо уложить в 34 ящика. Ящики двух размеров: малые и большие. Большие ящики вмещают a дынь, меньшие - 9 штук. Узнайте, сколько ящиков большого размера, а затем и меньшего размера следует взять для упаковки дынь.

Задача 14. Если на каждую из скамеек в парке посадить по a человек, то четверо останутся без места, а если на каждую посадить по шесть человек, то на последней скамейке останется три незанятых места. Узнайте, сколько было скамеек и человек.

Тема 4. Уравнения второй степени с одним неизвестным.

4.1 Исследование корней квадратного трехчлена в зависимости от параметров a, b, c.

Расположение корней квадратного трехчлена. Примеры применения свойств квадратного трехчлена при решении задач. Квадратный трехчлен и параметр.

1.При каких значениях a, число 1 находится между корнями квадратного трехчлена $x^2 + (a+1)x - a^2$

2.Найти все значения параметра a, при каждом из которых корни квадратного трехчлена $x^2 + ax + 1$ различны и лежат на отрезке [0;2].

3.Существуют ли такие значения b, при которых квадратный трехчлен $2x^2 + bx - 7$ имеет два корня, один из которых является положительным, а другой – отрицательным?

4.2 Уравнения второй степени с одним неизвестным.

1.Решите уравнение $(a-1)x^2 + 2(2a+1)x + (4a+3) = 0$.

2. Решите уравнение $ax^2 + (a^2-1)x + (a-1)^2 = 0$.

3.Решите уравнение $x^2-2px+p^2-1=0$.

4. При каких значениях k уравнение $x^2+kx+2=0$ имеет корни? Приведите пример положительного значения k, при котором выполняется это условие.

5. Найдите все целые значения k, при которых уравнение $kx^2 - 6x+k=0$ имеет два корня?

6. При каком значении m уравнение $x^3 +6x^2+mx=0$ имеет два корня? Найдите эти корни.

7. При каких значениях c уравнение $x^2-18x+100 =c$ имеет корни?

8. При каких значениях параметра a оба корня уравнения $2x^2+(a+1)x+1-a^2 =0$ равны нулю?

9. Определите все значения a, при которых уравнение

$2ax^2-4(a+1)x+4a+1=0$ имеет один корень.
10. При каких значениях b уравнение $x^2+2(b+1)x+9=0$ имеет два различных положительных корня?
11. При каких а уравнение $x^2-2ax+a^2-a-6=0$ имеет два различных корня одного знака?
12. При каких а уравнение $x^2-2ax+a^2-a-6=0$ имеет два различных отрицательных корня?
13. При каких значениях параметра n квадратное уравнение
$x^2+2(n+1)x+9n-5=0$ имеет два действительных отрицательных корня?
14. При каких значениях а, уравнение $ax^2+2(a-4)x+a+8=0$ имеет действительные корни разных знаков?
15. При каких значениях а, уравнение $(a-2)x^2-2ax+a+3=0$ имеет два положительных корня?
16. При каких значениях k уравнение $kx^2+2kx+k-3=0$ имеет:
а) действительные корни;
б) оба положительные корни;
в) оба отрицательные корни;
г) корни разных знаков.
17. Найдите все значения а, при которых корень уравнения
$x^2-3=a-x$ принадлежит (0; 5].
18.При каких значениях параметра **а,** число **2** находится между корнями квадратного уравнения
$x^2+(4a+5)x+3-2a=0$
19. Уравнение $ax^2+8x+c=0$ имеет единственный корень, равный 1.Чему равны а и с?
20. В уравнении $x^2+ax+12=0$ определить а таким образом, чтобы разность корней уравнения равнялась 1.

21. При каких а уравнение $x^2-2ax+a^2-a-6=0$ имеет два разных корня одного знака?

22. При каких а уравнение $x^2-2ax+a^2-a-6=0$ имеет два разных отрицательных корня?

23.При каких значениях а, уравнение $ax^2+2(a-4)x+a+8=0$ имеет действительные корни разных знаков?
24. При каких значениях а, уравнение $(a-2)x^2-2ax+a+3=0$ имеет два положительных корня?
25. Определить в уравнении $x^2-4ax+3a^2=0$ значения а так, чтобы корни этого уравнения были цифрами двузначного числа. Выписать все двузначные числа, удовлетворяющие этому условию.
26. При каких значениях а, корни уравнения
$x^2-2ax+(a+1)(a-1)=0$ принадлежат промежутку [-5;5]?
27. При каком значении m сумма квадратов корней уравнения
$x^2+(2-m)-m-3=0$ минимальна?

Тема 5. Уравнения второй степени как математические модели реальных ситуаций.
5.1 Текстовые задачи на исследование уравнений второй степени с параметрами.

1.Некоторое двузначное число, у которого число десятков больше количества единиц, имеет своими цифрами корни уравнения
$6x^2+5ax+a^2=0$. Найдите это число, выбрав для **а** соответствующие числовые значения.
2.Двузначное число оканчивается цифрой **а**. Если это число помножить на число, выраженное цифрой его единиц, то полученное произведение будет в 7 раз больше разности квадратов его цифры десятков и цифры единиц. Найдите это число.

3. 15 литров молока разлито в несколько бидонов одинаковой емкости. Если это молоко разлить в бидоны, емкость каждого из которых на **а** литров меньше, то потребуется на **а** бидонов больше. Во сколько бидонов было разлито молоко?
4. Несколько человек должны были заплатить поровну всего 20 рублей. Если бы их было на **n** человек меньше, то каждому из них пришлось бы заплатить на **2n** рублей больше. Сколько лиц должно уплатить требуемую сумму?
5. В книжном магазине на одной полке стояло несколько одинаковых томиков стихотворений Пушкина, а на другой полке такое же количество книжек с рассказами Гоголя. После того, как с первой сняли **n** книг, а на второй добавили столько же книжек с рассказами Гоголя, стоимость книг на каждой полке стала равной 60 рублям. Сколько книг первоначально было на каждой полке, если известно, что покупатель, взявший томик стихотворений Пушкина и книжку с рассказами Гоголя, заплатил 10 рублей. Число **n** считать меньшим 10.
6. В двузначном числе цифра десятков на **а** больше цифры его единиц. Сумма квадратов цифр числа равна 65. Найдите это число.
7. Из пункта А на берегу озера в пункт В, расположенный на берегу реки, впадающей в это озеро, вышел катер. Катер прибыл к месту назначения через **m** часов, пройдя по озеру **а** км, а по реке половину этого расстояния. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки **с** км в час.
8.В равностороннем треугольнике высота менее стороны на **m**. Найти сторону.
9. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью **v**. Через сколько времени оно будет находиться на высоте **h**?
10. В данный квадрат, стороны которого **а**, вписать другой квадрат, стороны которого **в**.

11. Шофер должен был вывести на элеватор р тонн зерна. Выполнив половину задания, он приладил к своей машине прицеп, благодаря чему стал вывозить ежедневно зерна m тонн сверх плана. Таким образом, шофер выполнил положенное задание на k дней раньше срока. За сколько дней по плану шофер должен был вывести р тонн зерна?

12. Шоферу было дано задание вывести на сахарный завод а тонн свеклы. После того, как он выполнил 20% этого плана, он приладил к своей машине прицеп и стал вывозить в день m тонн свеклы дополнительно. В итоге шофер выполнил 120% плана и притом за k дней до срока. Сколько тонн свеклы вывозил шофер в день вначале и сколько потом?
13.Две автомашины выходят из двух городов, расстояние между которыми а км, и идут навстречу друг другу. Они встретятся на полпути, если одна из них выедет на t часов раньше другой. Если же они выедут одновременно, то через t часов расстояние между ними станет на b км меньше первоначального расстояния.

Найдите скорости обоих машин в час, если они движутся (каждая) равномерно?

При решении текстовых задач на исследование уравнений можно придерживаться следующего алгоритма:
1 Решение задачи на исследование уравнения проходит четыре этапа:
а) составление уравнения по условию задачи,
б) решение полученного уравнения,
в) исследование решения уравнения,
г) истолкование полученных результатов.
2.Перед началом исследования необходимо установить множества допустимых значений данных и искомых величин.
3. Каждый отдельный случай, получившийся в процессе исследования, должен быть истолкован согласно условию задачи.
4. Записать ответ, кратко, но полно выражающий итоги исследования.

Тема 6. Задания для самостоятельных и контрольных работ.

Задания распределены по трем уровням сложности.

Уровень А соответствует базовому уровню сложности, уровень Б - повышенному уровню сложности, задания уровня В предназначены для обучающихся, проявляющих повышенный интерес к математике.

Уровень А.

1 Для всех значений параметра a решите уравнение

а) $a(a-2)x = 5(a-2)$;

б) $3a(2+a)x = 4(2+a)$;

в) $(a+2)(3a-4)x = 6a-8$;

г) $(a^2+a-2)x = a-1$.

2. Найдите значения a, при котором уравнение

а) $a(x-1) = 1$

б) $a(x+1) = -1$

имеет корень $x = 0$.

3.Найдите значение a, при котором уравнение

а) $(a-2)x = 1$

б) $(a+3)x = -1$

не имеет корней.

4.Найдите значение a, при котором корнем уравнения

а) $(a-1)(x+2) = 0$

б) $(a+1)(x-2) = 0$

является любое число.

5. При каких значениях параметра a уравнение $ax = a^2 + a$:

а) имеет единственный корень; б) не имеет корней; в) имеет бесконечное множество корней?

6.Найдите значение параметра a, при котором уравнение

$(3a+1)x = 2a+6$ имеет корень $x=2$.

7.При каких значениях параметра a, уравнение $(2a-4)x + a+1 = 4a - 7$ имеет три различных корня?

8.Найдите все целые значения m,при которых:

а) корень уравнения $mx = -8$ является целым числом;

б) корень уравнения $(m-1)x = 18$ является натуральным числом;

в) корень уравнения $mx = 6$ удовлетворяет условию $1<|x|<3$

9.При каких значениях параметра a, уравнение $a^2x - 7 = 49x + a$ имеет бесконечно много корней.

10.При каких значениях a, уравнение

а) $x^2 - 3x + 2a = 0$;

б) $2x^2 - ax + 8 = 0$;

в) $ax^2 - 2x + 3 = 0$

имеет единственный корень?

Уровень Б.

1.Решите уравнение $ax^2 + (a^2-1)x + (a-1)^2 = 0$

2. При каких значениях b, корень уравнения $3(x-4) - b = x - 11$ является положительным числом?

3.При каких значениях параметра a, уравнение $a^2x - 9 = 81x + a$ имеет бесконечно много корней?

4. При каких значениях параметра a, оба корня уравнения $(a^2-1)x^2 + 2(a-1)x + 2 = 0$ положительны?

5. Найдите все значения параметра a, при которых один корень уравнения $x^2 + (2a-1)x + a^2 + 2 = 0$ вдвое больше другого?

6.При каких значениях параметра a оба корня уравнения $(a-2)x^2 + (2a-1)x + a+3 = 0$ отрицательны?

7. Найдите все значения параметра b, при которых уравнение
$bx^2 + 2(b-1)x - 3b = 3 - b$ имеет корень: а) 0; б) –1.

Уровень В.

1. При каких значениях а, уравнение $(a+1)x^2 - ax + (a-3) = 0$ имеет не более одного корня?
2. При каких значениях а, корни уравнения $x^2 + (a-2)x + a - 6 = 0$ являются противоположными числами?
3. При каких значениях а, уравнение $(a^2+4a-21)x^2 - (a^2-3a)x - 3 + 4a - a^2 = 0$ имеет более двух корней?
4. Найдите все значения параметра b, для которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет:
   а) отрицательные корни; б) положительные корни;
   в) корни разных знаков.

5.Две бригады школьников заработали вместе 900 рублей. Каждый школьник первой бригады получил по 35 рублей, а другой по 25 рублей. Сколько школьников было в каждой бригаде, если в одной из них было на а человек больше, чем в другой? Найдите все решения задачи.

6.Разность цифр двузначного числа равна **а**. Если между цифрами этого числа вставить цифру 7, то получившееся трехзначное число будет в 11 раз больше искомого. Найдите допустимые значения **а** и все искомые числа.

7. Сумма цифр двузначного числа равна **а**. Разность между квадратом этой суммы и суммой квадратов цифр числа равна 60. Найдите это число, определив все допустимые значения **а**.

8. Сумма цифр двузначного числа равна **а.** Если эту сумму сложить с произведением цифр числа, то получится 31. Найдите это число, определив допустимые значения **а**.

6.1 Задания для самопроверки и самокоррекции знаний по теме.

1. При каких значениях параметра а корни квадратного уравнения

$x^2 + (a+1)x + 3 = 3$ лежат по разные стороны от числа 2?

Решение.

Рассмотрим функцию $f(x) = x^2 + (a+1)x + 3$.

$f(2) < 0$;

$f(2) = 4 + 2a + 2 + 3 = 2a + 9 < 0$;

$2a < -9$;

$a < -4,5$.

Ответ: $(-\infty; -4,5)$

2.При каких значениях параметра а оба корня квадратного уравнения

$(2 - a)x^2 - 3ax + 2a = 0$ больше ½?

Решение. Рассмотрим функцию $f(x) = (2-a)x^2 - 3ax + 2a$.

$$\begin{cases} a\,f(m) > 0, \\ D > 0, \\ -b/2a > m. \end{cases} \quad \begin{cases} (2-a)(1/2 - a/4 - 3a/2 + 2a) > 0, \\ 9a^2 - 8a(2-a) > 0, \\ 3a/2 - a > 1/2; \end{cases} \quad \begin{cases} (2-a)(2/4 + a/4) > 0, \\ a^2 - 16a > 0, \\ 3a/2 - a - 1/2 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (2-a)(a+2) > 0, \\ a(a-16) > 0, \\ 7a - 2/2 - a > 0\ . \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 < a < 2, \\ \left[\begin{array}{l} a < 0 \\ a > 16, \end{array}\right. \\ \end{cases}$$

$2/7<a<2$. Решений нет. Ответ: решений нет.

1. Найдите все значения параметра а, при которых оба корня квадратного уравнения $x^2 - 6ax + (2- 2a+9a^2) = 0$,больше 3.

   Решение. Рассмотрим функцию $f(x) = x^2 -6ax + (2- 2a+9a^2)$.

$$\begin{cases} a\,f(m)>0,\\ D>0,\\ -b/2a>m; \end{cases} \quad \begin{cases} 9-18a+2-2a+9a^2>0,\\ 36a^2 -8-8a-36a^2 >0,\\ 3a>3; \end{cases} \quad \begin{cases} 9a^2-20a+11> 0,\\ a+1> 0,\\ a > 1; \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a< 1\\ a> 11/9, \end{array}\right.\\ a >-1,\\ a > 1;\\ a >11/9 \end{cases}$$

Ответ: $(11/9; +\infty)$

4.Найдите все значения параметра а , у которых оба корня квадратного уравнения $x^2 +4ax+(1-2a+4a^2) =0$ меньше -1.

Решение. Рассмотрим функцию $f(x) = x^2 +4ax+(1-2a+4a^2)$

$x^2 +4ax+(1-2a+4a^2) =0$

$$\begin{cases} a\,f(m)>0,\\ D>0,\\ -b/2a<m; \end{cases} \quad \begin{cases} 1-4a+1-2a+4a^2 > 0,\\ 16a^2-4+8a-16a^2 > 0,\\ -2a< -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 4a^2-6a+2 > 0,\\ 8a-4> 0,\\ 2a> 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 2a^2 -6a+2 > 0,\\ 2a> 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a < ½\\ a >1, \end{array}\right.\\ a>1/2. \end{cases} \qquad a > 1.$$ Ответ: $(1; +\infty)$

2. При каких значениях параметра а оба корня квадратного уравнения $(1+a)x^2 -3ax +4a =0$ меньше 1?

Решение. Рассмотрим функцию $f(x) = (1+a)x^2 -3ax +4a$

$(1+a)x^2 -3ax +4a =0$

$$\begin{cases} a\,f(m) > 0,\\ D > 0,\\ -b/2a < m; \end{cases} \quad \begin{cases} (1+a)(1+a-3a+4a) > 0,\\ 9a^2 -16a -16a^2 > 0,\\ 3a/2+2a < 1; \end{cases} \quad \begin{cases} (1+a)(1+2a) > 0,\\ -16a-7a^2 > 0,\\ 3a-2-2a/2+2a < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a < -1\\ a > -1/2 \end{array}\right.\\ -16/7<a <0\\ -1 <a <2 \end{cases}$$

Решений нет.

Ответ: решений нет.

Литература

1. Астров К.Н. Квадратичная функция и ее применение. Изд. Педагогика.1986.
2. Воронько Т.А. Задачи исследовательского характера //Математика в школе.-2004. - № 38.
3. Горнштейн П.И. Задачи с параметрами. М.: Илекса, Харьков: Гимназия.- 2003.
4. Джиоев Н.Д. Нахождение графическим способом числа решений уравнения с параметром //Математика в школе.-1996.- №2.
5. Ершова А.П., Голобородько В.В., Ершова А.С. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 8 класса. - М.: Илекса, -2009.
6. ЕфремоваТ. Графические приемы решения задач с параметром / Математика. –2008.-№23.
7. КормихинА.А. Об уравнениях с параметрами // Математика в школе.- 1994.-№1.
8. Кочагин В.В. Тестовые задания к основным учебникам. Рабочая тетрадь. 2007
9. Кузнецова Л.В. Алгебра: сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе. М.: Просвещение.- 2007.
10. Карасев В. Решение задач с параметрами / Математика.-2005.- №4.
11. Малинин В. Уравнение с параметрами: графический метод решения / Математика.- 2003.- № 29.
12. Мордкович А.Г. Задачи исследовательского характера // Математика в школе.-2004.- №8.
13. Мордкович А.Г. Уравнения и неравенства с параметрами / Математика.-1994. -№ 36.
14. Цыганов Ш. Квадратный трехчлен и параметры / Математика.-1999.- №5.
15 Ястребинский Г.А. Задачи с параметрами.М.:Просвещение 1986