Муниципальное бюджетное образовательное учреждение
Новопетровская основная общеобразовательная школа
Кулундинского района Алтайского края

Рассмотрено	Утверждаю
на заседании	
педсовета	Директор школы:
протокол №__	________Т.А.Чугреева
от ______2014г.	приказ №___от ______14г.

Программа

электиного курса по математике

для 9 класса

в рамках предпрофильной подготовки

«Решение текстовых задач»

Составитель: Фильченко И.А.

Учитель математики, 1 категория

с.Новопетровка

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Математика в наши дни проникает во все сферы жизни. Овладение практически любой профессией требует тех или иных знаний по математике. Именно математическое мышление позволяет адекватно воспринимать окружающий нас мир. Этому способствуют многие темы по предмету, но особое место среди них занимает тема «Решение текстовых задач». Текстовые задачи включены в материалы ГИА за курс основной школы, в КИМы и ЕГЭ, в конкурсные экзамены.

Этот элективный курс позволяет сгладить противоречия, которые возникают при изучении данной темы в школе и в предлагаемых вариантах ГИА.

Познавательный материал курса будет способствовать не только выработке умений решать задачи, но будет формировать устойчивый интерес учащихся к процессу и содержанию деятельности, а также познавательной и социальной активности.

Курс предназначен для предпрофильной подготовки учащихся 9-х классов.

Содержание этого элективного курса рассчитано на 31 час.

Цели курса:

1. Обобщение, углубление и систематизирование знаний по решению текстовых задач.
2. Показать широту применения этой темы.
3. Приобретение практических навыков при решении задач.
4. Развитие логического мышления учащихся.

Задачи курса:

1. Вооружить учащихся системой знаний по решению текстовых задач.
2. Сформировать умения и навыки при решении разнообразных задач различной сложности.
3. Способствовать формированию познавательного интереса к математике, развитию творческих способностей учащихся.
4. Повысить уровень математической подготовки учащихся.
5. Подготовить учащихся к успешной сдаче ГИА.

Занятия проводятся в форме обзорных лекций, на которых сообщаются теоретические факты, семинаров и практикумов по решению задач.

Виды организации работы: групповая, фронтальная, индивидуальная.

Требования к уровню подготовки обучающихся.

Учащиеся должны знать: алгоритм решения уравнений, формулу корней квадратного уравнения, дробно-рациональные уравнения, способы решения систем уравнений, пропорции и их свойства, приёмы рационального счета.

Учащиеся должны уметь: решать линейные, квадратные, дробно-рациональные уравнения; системы уравнений первой и второй степени; выражать одно неизвестное через другое; заменять проценты дробью и наоборот; находить неизвестный член пропорции; выполнять действия с десятичными и обыкновенными дробями.

В результате изучения курса учащиеся должны:

Знать:

- виды текстовых задач;
- способы решения текстовых задач.

Уметь:

- исследовать текстовые задачи;
- записывать краткое условие задачи;
- выбирать подходящее решение для данной текстовой задачи;
- решать простейшие текстовые задачи;

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ КУРСА

ТЕМА 1 (1 час) Введение. Роль текстовых задач в школьном курсе математики

Текстовая задача. Виды текстовых задач и их примеры. Решение текстовой задачи. Этапы решения текстовой задачи. Значение правильного письменного оформления решения текстовой задачи. Решение текстовой задачи с помощью графика. Чертёж к текстовой задаче и его значение для построения математической модели.

ТЕМА 2 (5 часов) Задачи на движение.

Движение из разных пунктов навстречу друг другу. Движение из одного пункта в другой в одном направлении. Движение из одного пункта в разных направлениях. Движение из разных пунктов в разные направления. Движение из разных пунктов в одном направлении. Движение по реке.

ТЕМА3 (5 часов) Задачи на совместную работу.

Формула зависимости объёма выполненной работы от производительности и времени её выполнения. Особенности выбора переменных и методики решения задач на работу. Составление таблицы данных задачи на работу и её значение для составления математической модели.

Основными компонентами задач этого типа являются:

а) работа А(выполненная, выполняемая или планируема к выполнению);

б) время Т (затраченное, используемое или необходимое для выполнения работы);

в) производительность труда N, т.е.работа, выполненная в единицу времени(фактическая или предполагаемая).

Указанные компоненты связаны между собой равенством $N \cdot T = A$.

К задачам на работу относятся и задачи на «бассейны», в которых основными компонентами являются:

а) объем V бассейна;

б) время Т, необходимое для заполнения (или опорожнения) бассейна;

в) скорость X наполнения бассейна.

Указанные компоненты связаны между собой равенством $X \cdot T = V$.

ТЕМА 4 (4 часа). Задачи на сплавы, смеси, растворы.

Формула зависимости массы или объёма вещества в сплаве, смеси, растворе («часть») от концентрации («доля») и массы или объёма сплава, смеси, раствора («всего»). Особенности выбора переменных и методики решения задач на сплавы, смеси, растворы. Составление таблицы данных задачи на сплавы, смеси, растворы и её значение для составления математической модели.Задачи, в которых идет речь о составлении сплавов, растворов или смесей двух или нескольких веществ. Все получающиеся сплавы или смеси однородны и при слиянии двух растворов объемы V_1иV_2,получается смесь, объем которой равен $V_1 + V_2$. Заметим, что такое допущение не всегда выполняется в действительности.

ТЕМА 5 (5 часов) Задачи на проценты.

Нахождение процента от числа. Нахождение целого от части. Процентное отношение. Последовательное снижение (повышение) цены товара. Задачи на повышение (понижение) банковского кредита. Задачи на сложные проценты. Задачи на последовательное выпаривание и высушивание.

Следует заметить, что задачи этого раздела входят как составная часть в решение других типовых задач. Заменяя проценты соответствующим количеством сотых долей числа, легко свести данную задачу на проценты к задаче на части.

ТЕМА 6. (4часа) Задачи геометрического содержания.

Расширить представления учащихся о методах, приемах, подходах решения задач по планиметрии. Три основных метода решения геометрических задач: геометрический; алгебраический; комбинированный. Решение задач с использованием методов:
1. метода опорного элемента, метода площадей;
2. метода введения вспомогательного параметра;
3. метода дополнительного построения;
4.метода подобия;

ТЕМА 7. (3 часа) Задачи на прогрессии.

Формулы общего члена и суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессий. Формулы арифметической и геометрической прогрессий, отражающие их характеристические свойства. Особенности выбора переменных и методики решения задач на прогрессии.

ТЕМА 8. (3часа) Решение нестандартных текстовых задач.
Исключение невозможных значений, подбор ответа, рекомендации по решению нестандартных задач, задачи на «числа».Представление многозначного числа в виде суммы разрядных слагаемых. Особенности выбора переменных и методика решения задач на числа.

ИТОГОВОЕ ЗАНЯТИЕ (1 час)

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

№№ п/п	Темы занятий	Кол-во часов	Форма занятия	Дата	
				план	факт
1	Введение. Роль текстовых задач в школьном курсе математики.	1	Лекция		
2- 6	Задачи на движение.	5	Лекция Практикум Семинар		
7- 11	Задачи на совместную работу	5	Лекция Практикум Семинар		
12-15	Задачи на сплавы, смеси, растворы.	4	Лекция Практикум Семинар		
16-20	Задачи на проценты.	5	Лекция Практикум Семинар		
21-24	Задачи геометрического содержания	4	Лекция Практикум Семинар		
25-27	Задачи на прогрессии.	3	Лекция Практикум Семинар		
28-30	Решение нестандартных текстовых задач.	3	Практикум		
31	Итоговое занятие	1			

Методические рекомендации

Задачи на движение.

Широко известны серьезные трудности, которые испытывают учащиеся при решении задач.

Первая трудность состоит в составлении математической модели. Для того, чтобы перевести содержание задачи на математический язык, необходимо изучить и правильно истолковать его, формализовать вопрос задачи, выразив искомые величины через известные величины и введённые переменные.

Вторая трудность – составление уравнений и неравенств, связывающих данные величины и переменные, которые вводит учащийся.

Третья трудность состоит в том, чтобы составить функцию (отношение), применительно к которой формулируется вопрос задачи.

Четвертая трудность – решение полученного уравнения, системы уравнений или неравенств желательно наиболее рациональным методом.

Задача 1. Из пункта А в пункт В со скоростью 80 км/ч выехал первый автомобиль, а через некоторое врем с постоянной скоростью второй. После остановки на 20 мин в пункте В второй автомобиль поехал с той же скоростью назад. Через 48 км он встретил первый автомобиль, шедший навстречу, и был на расстоянии 120 км от В в тот момент, когда в пункт В прибыл первый автомобиль. Найти расстояние от А до места первой встречи автомобилей, если АВ=480 км.

Самое важное- это понять, что первая встреча автомобилей произошла в тот момент, когда второй автомобиль обгонял первый.

Если обозначить расстояние от А до места первой встречи через S км, а скорость второго автомобиля через V км/ч, то из условия задачи видно, что расстояние в 72 км (120-48=72) второй автомобиль пройдет за то же время, которое понадобится первому автомобилю, чтобы преодолеть 48 км. Следовательно, $\frac{72}{V}=\frac{48}{80}$, откуда V = 120 км/ч

От места первой встречи до пункта В первому автомобилю оставалось пройти (480-S) км со скоростью 80 км/ч. На это он затратил (480- S)/80 ч. За это же время второй автомобиль прошел от места первой встречи до пунктаВ, потратил 1/3 ч на стоянку в пункте В и еще 120/ Vч на то, чтобы отъехать от В на 120 км. Таким образом, можно составить еще одно уравнение

$$\frac{480-S}{80}=\frac{480-S}{V}+\frac{1}{3}+\frac{120}{V}.$$

Из него, зная, что V=120, находим S=160.

Задача 2. Перемещение двух тел по окружности в разных направлениях можно уподобить движению навстречу друг другу по прямой, даже если тела стартовали из одной точки вроде бы сразу разошлись, а не сблизились.

Два тела, двигаясь по окружности в одном и том же направлении, встречаются каждые 56 мин. Если бы они двигались с теми же скоростями в противоположных направлениях, то встречались бы каждые 8 мин.. Если при движении в противоположных направлениях в некоторый момент времени расстояние по окружности между телами 40м, то через 24с оно будет 26м. (в течение этих 24 с тела не встретятся). Найдите скорости тел и длину окружности.

Пусть с - длина окружности, х м/мин - скорость 1-го тела, у м/мин- скорость 2-го, х >у. При движении в одном направлении первое тело догоняет второе со скоростью (х – у)м/мин. После одного из обгонов следующий обгон имеет место через столько минут, сколько понадобится , чтобы преодолеть с метров со скоростью (х – у)м/мин, т.е. через 56 мин.

$$\frac{c}{x-y}=56$$

(1)

При движении в разных направлениях тела сближаются со скоростью (x + y)м/мин, причем с метров они вместе проходят за 8 минут.

$$\frac{c}{x+y}=8$$

(2)

Если первоначальное расстояние было равно 40 м, а осталось пройти до встречи 26м, то общий пройденный путь составляет 40м-26м=14м. Он был преодолен со скоростью (x+y) м/мин за 24с, т.е. за 2/5 мин.

$$\frac{14}{x+y}=\frac{2}{5}$$

(3)

Разделив уравнение 2 на 1,получим

$$\frac{x-y}{x+y}=\frac{1}{7},\ y=\frac{3}{4}x$$

Подставляя в уравнение 3 находим x=20, y=15, а из уравнения 2 получаем с=280.

Задачи для решения.

1. Пароход, отчалив от пристани А, спустился вниз по течению реки на 60 км до устья впадающего в нее притока и поднялся вверх по притоку (против течения) на 20 км до пристани В, Весь путь от А до В пароход прошел за 7 часов. Скорость течения реки и скорость течения притока равны 1 км/ч. Найти собственную скорость парохода (собственная скорость— скорость в неподвижной воде).

Ответ.11км/ч.

2. В соревнованиях по бегу на дистанцию 120 м участвуют три бегуна. Скорость первого из них на 1 м/с больше скорости второго, а скорость второго бегуна равна полусумме скоростей первого и третьего. Определить скорость третьего бегуна, если известно, что первый бегун пробежал дистанцию на 3 с быстрее третьего.

Ответ.8м/с.

3. Из пункта А в пункт В вышел пешеход. Одновременно с ним из пункта В в пункт А выехал велосипедист, который встретил пешехода через 50 мин после своего выезда из В. Сколько времени потребовалось бы пешеходу, для того чтобы пройти весь путь из Л в В, если известно, что велосипедист проделал бы тот же путь на 4 часа быстрее пешехода?

Ответ.5часов.

4. От пристани А к пристани В против течения реки отошел катер, собственная скорость которого В стоячей воде в 7 раз больше скорости течения реки. Одновременно навстречу ему от пристани В, расстояние которой до А по реке равно 20 км, отошла лодка. На каком расстоянии от В произошла встреча катера. с лодкой, если известно, что через полчаса посла начала движения лодке оставалось проплыть 4 км до'; встречи и что катер затратил на весь путь до Е;стречи с лодкой на 20 мин больше, чем на путь от места встречи до пункта В?

Ответ.8км.

5. В гору ехал автомобиль. В первую секунду после достижения пункта А он проехал 30 м, а в каждую следующую секунду он проезжал на 2 м меньше, чем в предыдущую. Через 9 с после того, как автомобиль достиг пункта А, навстречу ему выехал автобус из пункта В, находящегося на расстоянии 258 м от пункта А. В первую секунду автобус проехал 2 м, а в каждую следующую секунду он проезжал на I м больше, чем в предыдущую. Какое расстояние проехал автобус до встречи с автомобилем?

Ответ.20м.

6. Станции А, В и С находятся на одной и той же железной дороге, причем расстояние от В до С равно 200 км. Известно, что скорый поезд, вышедший из Л, и пассажирский поезд, вышедший одновременно с ним из С, встретились на станции В. Найти расстояние между станциями А и С, если оно меньше 300 км, а скорый поезд идет в 1,5 раза быстрее, чем пассажирский.

Ответ.100км.

7. Два лыжника стартовали на дистанции 10 км друг за другом с интервалом в 6 мин. Второй лыжник догнал первого в двух километрах от точки старта. Дойдя до поворота на отметке 5 км, второй лыжник повернул обратно и встретил первого на расстоянии 1 км от точки поворота. Найти скорость первого лыжника.

Ответ.10км/ч.

8. Лодка плывет вчетверо медленнее катера, при этом 16км катер проплывает быстрее лодки на 3 часа. Найдите скорость лодки.

Ответ.4км/ч.

9.Петя вышел из школы и пошел домой со скоростью 4,5 км/ч. Через 20 мин по той же дороге из школы выехал Вася на велосипеде со скоростью 12км/ч. На каком расстоянии от школы Вася догонит Петю.

Ответ.2,4км.

Задачи на проценты.

Проценты употребляются для сравнения однородных положительных количеств. Один процент это одна сотая: 1%=1/100, соответственно р% = р/100.

Один процент от количества А- это одна сотая часть количества А: 1% от А равен 1/100 А, р% от А равен А*р/100. Процентом р задается коэффициент к=р/100.

Вычисление количеств по процентам. Дано количество А и некоторый процент р. Требуется найти количество, которое этот процент выражает: Ар/100

Вычисление процентов по количеству. Сколько процентов составляет А от В: (А/В)*100%

Каково количество, р% от которого есть А: (100/р)*А

Каково количество, большее чем А на р%: (1+ р/100)*А

Каково количество, меньшее чем А на р%: (1- р/100)*А

На сколько процентов А больше чем В : $\frac{A-B}{B}\cdot 100\%$.

Задача 1. Находясь в гостях у кролика, Вини-Пух за первые 3 часа съел 40% всего запаса меда кролика. Пятачок и кролик вместе, за это же время, съели 300 граммов меда. За следующие 3 часа Вини-Пух съел 2/3 оставшегося меда, а пятачок и кролик съели 100г меда на двоих, после чего у кролика осталось 1,6 кг меда. Сколько меда было у кролика до визита Вини-Пуха?

Пусть первоначально у кролика было х кг меда. Вини-Пух съел 1 раз 0,4х кг, а Пятачок и кролик съели 300г мёда. У кролика осталось х-0,4х-0,3=0,6х-0,3

Вини-Пух съел второй раз 2/3(0,6х-0,3)=0,4х-0,2, а Пятачок и кролик 100г. У кролика осталось 0,6х-0,3-0,4х+0,2-0,1=0,2х-0,2.Зная, что осталось 1,6кг ,составим уравнение: 0,2х-0,2=1,6 х=9

Задача 2. Длина дистанции трех дневной велогонки была 480 км. В первый день велогонщики проехали 25% всего пути, а во второй день 55% оставшегося пути . Сколько километров проехали велогонщики в третий день пути?

В 1-ый день проехали $\frac{1}{4}\cdot 480 = 120$ км

Оставшийся путь составил 480-120=360 км. Тогда во второй день велогонщики проехали $\frac{55}{100} * 360 = 198$ км. В третий день велогонщики проехали 360-198=162км.

Задача 3. В одном городе Канады 70% жителей знают французский язык и 80%- английский язык. Сколько процентов жителей этого города знают оба языка.

Исходим из того, что каждый житель города знает хотя бы один из двух языков. Пусть x жителей знают только английский язык, y- только французский, c- оба языка.

$$\frac{x+c}{x+y+c} = 8, \quad \frac{y+c}{x+y+c} = 0{,}7.$$

Сложив оба эти равенства получим : $\frac{c}{x+y+c} \cdot 100\% = 50\%$.

Задача 4. Капитал в 1300 рублей отдан в рост на 2,5 года по 6%. Сколько прибыли (процентных денег) получено с капитала?

1.6%- это годовые проценты, найдем срочные проценты, т.е. проценты за 2,5 года. Срочные проценты равны 6%* 2,5=15%

15% прибыли составляют 15/100 части капитала. С капитала в 1300 рублей прибыли за 2,5 года будет получено: 1300 * 15/100=195 руб.

2. 2. То, что капитал был в обороте по 6%, значит что 6коп. процентных денег получено будет в 1 год с 1 рубля капитала. Найдем процентные деньги с 1рубля за 2,5 года. 6 *2,5 =15 коп. С капитала 1300 руб. процентных денег получено будет: 15 * 1300=195 руб.

Задачи для решения.

1.В начале года в сберкассу на книжку было положено 1640 руб. и в конце года было взято обратно 882 руб. Еще через год на книжке снова оказалось 882 руб. Сколько процентов начисляет сберкасса в год?
Ответ. 5%.

2.По оценке социологов за период в 24 года — с 1966 г. по 1989 г. включительно — в городе N должно было быть заключено 3150 браков. Фактически в 1966 г. состоялось ЮО.браков. Каждый последующий год заключалось на 5 браков больше, чем в предыдущий, пока не была досрочно, причем за целое число лет, достигнута предварительная оценка — 3150 браков. После этого, вплоть до конца 1989 г., годовое число вступлений в брак сократилось на 11 по сравнению с годом достижения оценки. На сколько процентов реальное число браков за 24 года превысило предварительную оценку?
Ответ. На 18%. 98

3. В сообщении о реконструкции цеха указано, что в результате реконструкции процент высвободившихся рабочих заключен в пределах от 1,7 до 2,3%. Определить минимально возможное число рабочих, первоначально занятых в цехе. Ответ.44.

4.Какой процент ежегодного дохода давал банк, если положив на счет 13000 рублей, вкладчик через 2 года получил 15730 рублей?

Ответ.10%

5.Денежный вклад в банк за год увеличивается на 11 %. Вкладчик внес в банк 7000 рублей. В конце первого года он решил увеличить сумму вклада и продлить срок действия договора еще на год, чтобы в конце второго года иметь на счету не менее 10000 рублей. Какую наименьшую сумму необходимо дополнительно положить на счет по окончании первого года, чтобы при той же процентной ставке (11 %) реализовать этот план? (Ответ округлите до целых.)

Ответ.1240

6. В осеннее – зимний период цена на фрукты возрастала трижды: на 10%, на 20%, и на 25%. На сколько процентов возросла зимняя цена по сравнению с летней?

Ответ.65%

7.Хлебопекарня увеличила выпуск продукции на 50%. На сколько процентов увеличится прибыль пекарни, если отпускная цена ее продукции возросла не 10%, а ее себестоимость для пекарни, которая до этого составляла ¾ отпускной цены, увеличилась на 20%.

Ответ.20%

8. На первом поле 65% площади занято овсом. На втором поле овсом занято 45% площади. Известно, что на первом и втором полях вместе под овсом занято 53% общей площади. Какую часть всей засеянной площади составляет первое поле?

Ответ.2/5

9. Число 51,2 трижды увеличили на одно и то же число процентов, а затем трижды уменьшили на то же самое число процентов, в результате получили число 21,6. На сколько процентов увеличивали, а затем уменьшали это число?

Ответ.10%

Задачи на смеси и сплавы

Задачи на смеси и сплавы вызывают наибольшие затруднения у школьников. В процессе решения каждой такой задачи целесообразно действовать по следующей схеме.

1. Изучение условия задачи. Выбор неизвестных величин (их обозначаем буквами x, y и т.д.), относительно которых составляем пропорции. Выбирая неизвестные параметры, мы создаем математическую модель ситуации, описанной в условии задачи.
2. Поиск плана решения. Используя условия задачи, определяем все взаимосвязи между данными величинами.
3. Осуществление плана, т.е. оформление найденного решения – переход от словесной формулировки к составлению математической модели.
4. Изучение полученного решения, критический анализ результата.

При решении задач на смеси часто путают проценты и доли, раствор и растворенное вещество. Необходимо помнить, что массовая доля ω находится делением значения процентной концентрации на 100%, а масса растворенного вещества m(в-ва) равна произведению массы раствора m(р-ра) на массовую долю:

$$m(\text{в-ва}) = m(\text{р-ра})\cdot\omega.$$

В большинстве случаев задачи на смеси и сплавы становятся нагляднее, если при их решении использовать схемы, иллюстративные рисунки или вспомогательные таблицы.

Задача 1. В каких пропорциях нужно смешать a%-й и b%-й растворы кислоты ($a < b$), чтобы получить c%-й раствор?

Возьмем x г a%-го раствора и y г b%-го раствора кислоты. Составим таблицу:

Концентрация раствора, %	**Масса раствора, г**	**Масса кислоты, г**
a	x	$0{,}01ax$
b	y	$0{,}01by$
c (смесь)	$x + y$	$0{,}01c(x + y)$

Составим и решим уравнение:

$0{,}01ax + 0{,}01by = 0{,}01c(x + y)$,

$(b – c)y = (c – a)x$,

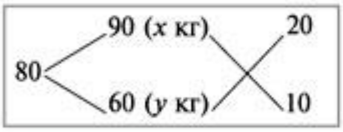
$x : y = (b – c) : (c – a)$.

Воспользуемся диагональной схемой:

$$\begin{array}{ccccc} & & a & & b-c \\ c & \swarrow\!\!\!\nwarrow & & \times & \\ & & b & & c-a \end{array}$$

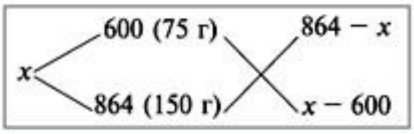
В этой схеме a и b – концентрации исходных растворов, c – требуемая концентрация кислоты в процентах, а «крест-накрест» – записаны их разности ($b – c$) и ($c – a$), соответствующие отношению масс растворов a и b.

Задача 2. Сколько по массе 90%-го и 60%-го растворов фосфорной кислоты надо взять, чтобы получить 5,4 кг 80%-го раствора фосфорной кислоты?
Решение: Составим диагональную схему:



Получаем:
$x : y = 20 : 10 = 2 : 1$.
Значит, 90%-го раствора фосфорной кислоты надо взять в 2 раза больше, чем 60%-го, т.е. $x = 2y$.
Составим уравнение: $2y + y = 5{,}4$.
Отсюда $y = 1{,}8$ кг.
Ответ. 3,6 кг 90%-го и 1,8 кг 60%-го растворов фосфорной кислоты.

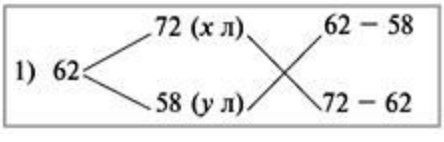
Задача 3. Сплавили два слитка серебра: 75 г 600-й и 150 г 864-й пробы. Определить пробу сплава.
Решение: Пусть проба сплава равна x.
Составим диагональную схему:



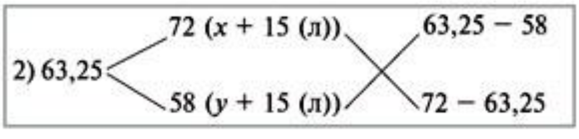
Получаем:
$(864 – x) : (x – 600) = 75 : 150 = 1 : 2$;
$1728 – 2x = x – 600$; $x = 776$.
Ответ. Получили сплав 776-й пробы.

Задача 4. Смешали некоторые количества 72%-го и 58%-го растворов кислоты, в результате получили 62%-й раствор той же кислоты. Если бы каждого раствора было взято на 15 л больше, то получился бы 63,25%-й раствор. Сколько литров каждого раствора было взято первоначально для составления первой смеси?

Решение: Дважды используем диагональную схему:



Получаем: $x : y = 4 : 10 = 2 : 5$.



Получаем: $(x + 15) : (y + 15) = 5{,}25 : 8{,}75 = 3 : 5$.

Составим систему уравнений и решим ее:

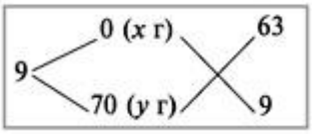
$$\begin{cases} x : y = 2 : 5, \\ (x + 15) : (y + 15) = 3 : 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0,4y, \\ 0,4y + 15 = 0,6y + 9; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 12, \\ y = 30. \end{cases}$$

Ответ. В первой смеси было 12 л 72%-го раствора и 30 л 58%-го раствора.

Задача 5. Сколько граммов 9%-го раствора спирта можно получить из 200 г 70%-го раствора спирта?

Решение: 9%-й раствор спирта получают из 70%-го, разбавляя его водой. В воде 0% спирта. Применим диагональную схему:



Получаем: $x : y = 63 : 9 = 7 : 1$.

Значит, 1 часть 70%-го раствора спирта надо разбавить 7 частями воды. Поэтому 200 г 70%-го раствора спирта надо разбавить 200•7 = 1400 г воды.

Всего получим: 200 + 1400 = 1600 г 9%-го раствора спирта.

Ответ. Из 200 г 70%-го раствора спирта можно получить 1 кг 600 г 9%-го раствора спирта.

Задачи для решения.

1. Сплавляя два одинаковых по весу куска чугуна с разным содержанием хрома, получили сплав, в котором содержалось 12 кг хрома. Если бы первый кусок был в два раза тяжелее, то в сплаве содержалось бы 16 кг хрома. Известно, что процентное содержание хрома в первом куске на 5% меньше, чем во втором. Найти процентное содержание хрома в каждом куске чугуна.

2. Смешали 300 г 60%-ного раствора серной кислоты и 200 г 80%-ного раствора серной кислоты. Сколько процентов серной кислоты в получившемся растворе?

3. Имеется два сплава. Один содержит 2,8 кг золота и 1,2 кг примесей, другой — 2,7 кг золота и 0,3 кг примесей. Отрезав по куску от каждого сплава и сплавив их, получили 2 кг сплава с процентным содержанием золота 85%. Сколько килограммов металла отрезали от второго сплава?

4. Отношение массы олова к массе свинца в куске сплава равно 2:3. Этот кусок сплавили с куском олова весом 3 кг и получили новый сплав с процентным содержанием свинца 10%. Найдите массу олова в новом сплаве.

5. Имеются два слитка сплава олова медью. Первый слиток содержит 230 г олова и 20 г меди, а второй слиток — 240 г олова и 60 г меди. От каждого слитка отрубили по куску, сплавили их и получили 300 г сплава. Сколько граммов отрубили от первого слитка, если в полученном сплаве было 84% олова?

6. В двух одинаковых сосудах находятся растворы серной кислоты концентрации 28,7% и 37,3%. Растворы сливают. Какова концентрация полученного раствора кислоты?

7. У ювелира два одинаковых по массе слитка, в одном из которых 36% золота, а в другом 64%. Сколько процентов золота содержится в сплаве, полученном из этих слитков?

8. У кузнеца имеется два одинаковых по массе бронзовых бруска. В одном олово составляет 43% массы, а в другом медь составляет 43% массы. Сколько процентов олова будет содержать сплав, полученный при переплавке этих брусков?

9. Для размножения водорослей вода в аквариуме должна содержать 2% морской соли. Сколько литров пресной воды нужно добавить к 80 л морской воды с 5%-ым содержанием соли, чтобы получить воду, пригодную для заполнения аквариума?

Задачи на «работу».

Основными компонентами задач этого типа являются:

а) работа А(выполненная, выполняемая или планируема к выполнению);

б) время Т(затраченное, используемое или необходимое для выполнения работы);

в) производительность труда N, т.е.работа, выполненная в единицу времени(фактическая или предполагаемая).

Указанные компоненты связаны между собой равенством $\mathrm{N} \cdot T = A$.

К задачам на работу относятся и задачи на «бассейны», в которых основными компонентами являются:

а) объем V бассейна;

б) время Т, необходимое для заполнения (или опорожнения) бассейна;

в) скорость Х наполнения бассейна.

Указанные компоненты связаны между собой равенством $\mathrm{X} \cdot T = V$.

Задача 1. По плану тракторная бригада должна была вспахать поле за 14дней. Бригада вспахивала ежедневно на 5 га больше, чем намечалось по плану, и потому закончила пахоту за 12 дней. Сколько гектаров было вспахано? Найдите площадь поля.

Речь идет о процессе работы.

Величины	процессы	
	по плану	фактически
А га	Апл-?	Аф-?
N га/день	Nпл	Nф на 5 га/день больше, чем Nпл.
Т дни	14	12

х- производительность бригады по плану,

(х+5)- фактическая производительность бригады

Апл=х * 14 (га), Аф=(х+5) * 12 (га). По условию площадь поля в обоих случаях одинакова. 14х=12(х+5), 2х=60, х=30

Производительность бригады по плану- 30 га/день. Площадь поля 14 * 30 =420 га.

Задачи для решения.

1.В бассейн проведены две трубы, подающая и отводящая, причем через первую бассейн наполняется на 2 часа дольше, чем через вторую опорожняется. При заполненном на 1/3 бассейне были открыты обе трубы, и бассейн оказался пустым спустя 8 часов. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполнит, а вторая опорожнит бассейн?

2. К двум бассейнам подведены две трубы разного диаметра (к каждому бассейну своя труба). Через первую трубу налили в первый бассейн определенный объем воды и сразу после этого во второй бассейн через вторую трубу налили такой же объем воды, причем на все это вместе ушло 16 часов. Если бы через первую трубу вода текла столько времени, сколько через вторую, а через вторую трубу — столько времени, сколько через первую, то через первую трубу налилось бы воды на 320 м3 меньше, чем через вторую. Если бы через первую трубу проходило на 10 м3/ч меньше, а через вторую — на 10 м3/ч больше воды, то, чтобы налить в бассейн (сначала в первый, а потом во второй)

первоначальные объемы воды, ушло бы 20 часов. Сколько времени лилась вода через каждую из труб?
Ответ.10часов,6часов.

3. В бассейн проведены четыре трубы. Когда открыты первая, вторая и третья, бассейн наполняется за 12 мин; когда открыты вторая и четвертая трубы - за 15 мин; когда открыты только первая, третья и четвертая трубы - за 20 мин. За какое время наполнится бассейн, если открыты все четыре трубы?

4. При одновременной работе двух насосов пруд был очищен за 2 ч 55 мин. За сколько времени мог бы очистить пруд каждый насос, работая отдельно, если один из них может эту работу выполнить на 2 ч быстрее другого?

5. Два рабочих выполнили всю работу за 10 дней, причем последние два дня первый из них не работал. За сколько дней первый рабочий выполнил бы всю работу, если известно, что за первые семь дней они вместе выполнили 80% всей работы?

6. В бассейн проведены три трубы. Одна первая труба наполняет бассейн в 2,6 раза быстрее, чем одна вторая труба, а одна вторая труба наполняет бассейн на 3 ч медленнее, чем одна третья труба. За сколько часов одна третья труба наполняет бассейн, если все три трубы, работая одновременно, наполняют бассейн за 3 ч 45 мин.

Ответ.15часов.

7.Две машинистки могут перепечатать рукопись за 6 ч. После 5 часов совместной работы вторая машинистка продолжила работу самостоятельно и завершила ее за 3 часа. За какое время каждая машинистка сможет перепечатать рукопись?

Ответ.9, 18 часов

8. Две бригады землекопов вырыли по одинаковому котловану, вторая бригада работала на полчаса больше первой. Если бы в первой бригаде было на 5 человек больше, то она могла бы закончить работу на 2ч раньше. Определить число землекопов в каждой бригаде, если производительность у всех одинакова.

Ответ: 25, 24

Решение нестандартных задач.

Под нестандартной задачей мы будем понимать задачу, алгоритм решения которой учащемуся не известен, нужен самостоятельный поиск ключевой идеи. Познакомить учащихся методом полного перебора, исключением невозможных.

*Задача 1.*На шахматной доске 8х8 стоит 31 пешка. Доказать, что найдется уголок из трех клеток, на котором не стоит пешка.

Доска очень большая. Уменьшим её до размеров 2х2 и прикинем сколько там должно быть пешек, чтобы задача имела решение. Сформулирована похожая задача: На шахматной доске 2х2 стоит 1 пешка. Доказать, что найдется уголок из трех клеток, на котором не стоит пешка. Доказательство сводится к перебору 4-х вариантов. Попробуем найти на большой доске маленькую доску. Для этого разобьём большую доску на кусочки 2х2. Таких кусочков будет 16, но всего пешек 31. Если в каждый квадрат мы будем ставить по 2 пешки, то их не хватит. В один из таких квадратиков придется поставить 1 пешку, это обеспечит существование искомого варианта.

Задача 2. Существует ли десятизначное число, делящееся на 11, в записи которого использованы все цифры от 0 до 9?

Число делится на 11, если разность суммы цифр, стоящих на нечетных местах и суммы цифр, стоящих на четных местах, делится на 11.

Запишем цифры по убыванию, тогда у полученного числа 9876543210 эта разность равна пяти. Поменяем местами 5 и 8.Первая сумма увеличится на 3, а вторая уменьшится на 3. Их разность станет равна 11. Число 9576843210 делится на 11.

Задача 3. Можно ли в центры клеток шахматной доски 8х8 вбить 16 гвоздей так, чтобы никакие три гвоздя не лежали на одной прямой.

1. Да. Возможный вариант:

		*	*				
		*	*				
						*	*
						*	*
*	*						
*	*						
				*	*		
				*	*		

Задачи для решения.

1. Расставьте по кругу четыре нуля, три единицы и три двойки так, чтобы сумма любых трех подряд идущих чисел не делилась на три.

2. 4 черные коровы и 3 рыжие дают за 5 дней столько молока, сколько 3 черные коровы и 5 рыжих дают за 4 дня. У каких коров удои больше: у черных или у рыжих?
Ответ. у рыжих коров удои больше.

3. Найдите последнюю цифру числа 8^2003

Ответ. Так как 2003= 500 * 4 +3, то 8^2003 оканчивается той же цифрой, что и 8^3, то есть 2

1. Докажите, что если в числе 12008 между нулями вставить любое количество троек, то получится число, делящееся на 19.

5. На столе лежат в ряд четыре фигуры: треугольник, круг, прямоугольник и ромб. Они окрашены в разные цвета: красный, синий, желтый, зеленый. Известно, что красная фигура лежит между синей и зеленой; справа от желтой фигуры лежит ромб. Круг лежит правее и треугольника и ромба; треугольник лежит не с краю; синяя и желтая фигуры лежат не рядом. Определите, в каком порядке лежат фигуры и какого они цвета.

Ответ. Прямоугольник желтый, ромб зеленый, треугольник красный, квадрат синий.

6. У Пети есть полная 12-ти литровая канистра бензина и две пустые: 8- литровая и 5-литровая. Как ему разделить бензин на 2 равные части?

7. Человек в лодке начал грести против течеввя быстрой реки. Однако через 4 мин лодка оказалась на 80 м шже по течению. Развернув ее, он перестал грести, иг пока он отдыхал, лодку снесло на 40 м. Затем он принялся грести по течению, причем лодка двигалась относительно воды с той же скоростью, как и в первые 4 мин, и прошла еще 40 м. В целом после разворота лодки прошло 100 секунд. Какова скорость течения реки?

Ответ. 40 м/мин.

8. В классе присутствуют учитель и несколько учеников. Найти число учеников, если известно, что возраст учителя на 24 года больше среднего возраста учеников и на 20 лет больше среднего возраста всех присутствующих в классе.

Ответ. 5

9. Когда четырехзначное число удвоили и к результату прибавили 5, то получилось число, обратное данному. Что это за число?

Ответ. 1993

Задачи геометрического содержания.
В качестве основного метода решения геометрических задач, который стоит освоить и отработать в первую очередь, выступает алгебраический метод. Алгебраический метод, вернее основные его модификации, могут быть в достаточной степени алгоритмизированы.
Решение задач с использованием:
1. а) Метода опорного элемента
Метод опорного элемента является основным методом составления уравнений в геометрических задачах и заключается в следующем: один и тот же элемент (сторона, угол, площадь, радиус и т. д.) выражается через известные и неизвестные величины двумя разными способами, и полученные выражения приравниваются. Довольно часто в качестве опорного элемента выбирают площадь фигуры. Тогда говорят, что для составления уравнения используется метод площадей.
б) Метода площадей.
Характеристика метода. Из названия следует, что главным объектом данного метода является площадь. Для ряда фигур, например для треугольника, площадь довольно просто выражается через разнообразные комбинации элементов фигуры (треугольника). Поэтому весьма эффективным оказывается прием, когда сравниваются различные выражения для площади данной фигуры. В этом случае возникает уравнение, содержащее известные и искомые элементы фигуры, разрешая которое мы определяем неизвестное. Здесь и проявляется основная особенность метода площадей – из геометрической задачи он «делает» алгебраическую, сводя все к решению уравнения (а иногда системы уравнений). Само сравнение выражений для площади фигуры может быть различным. Иногда площадь фигуры представляется в виде суммы площадей ее частей. В других случаях приравниваются выражения, основанные на различных формулах площади для одной и той же фигуры, что позволяет получить зависимость между ее элементами. Суть метода площадей не ограничивается только описанным выше приемом. Иногда бывает полезно рассмотреть отношение площадей фигур, одна из которых (или обе) содержит в себе искомые элементы.
в) Метода введения вспомогательного элемента или параметра

- Вспомогательный отрезок
  Характеристика метода. Длину некоторого отрезка, рассматриваемой в задаче фигуры полагают равной, например, х и затем находят искомую величину. При этом в одних случаях вспомогательная величина в процессе решения задачи «исчезает» (сокращается), а в других ее нужно определить через данные условия и поставить в полученное для искомой величины выражение.
- Вспомогательный треугольник
  Характеристика метода. При помощи некоторого дополнительного построения (продление отрезка, геометрическое преобразование и др.) получают треугольник, который дает возможность получить решение задачи. Обычно такой треугольник обладает двумя важными для решения задачи свойствами:
  1) его элементы некоторым образом связаны с элементами, фигурирующими в условии задачи;
  2) для его элементов легче найти характеристики, позволяющие получить решение, чем для фигур непосредственно заданных условием.

Задача. Доказать, что средние линии треугольника параллельны его сторонам и вдвое меньше их.
Решение. Пусть точки K, L, M – середины сторон AB, BC, CA треугольника ABC соответственно Продолжим отрезок KL за точку L на отрезок NL = KL и получим вспомогательный треугольник NLC. Тогда ▲KBL = ▲ NLC (по двум сторонам и углу между ними). и т.д. Значит, углы треугольника KBL равны углам треугольника ABC, а стороны его вдвое меньше сторон треугольника ABC. Это же верно и для треугольников

AKM, MCL, KML, так как они равны треугольнику KBL.
P.S. Кроме описанного метода, при решении данной задачи используется известное дополнительное построение – продление отрезка на отрезок, равный самому себе.

г) Метод дополнительного построения

Во многих случаях решать геометрические задачи помогает введение в чертеж дополнительных линий- так называемые дополнительные построения. В одних случаях эти построения напрашиваются сами собой. При решении нестандартных задач найти удачное вспомогательное построение не так-то просто. Требуется достаточно большой опыт, изобретательность, геометрическая интуиция. Специфика решения задач по геометрии методом дополнительных построений проявляется уже на этапе построения чертежа. Довольно часто применяются так называемые «скелетные чертежи».Чаще всего в задачах, в которых фигурируют окружности, сами окружности не чертятся, а лишь фиксируется центр и радиус. Стандартное дополнительное построение в задачах на трапецию : проводим либо два перпендикуляра к основанию и получаем прямоугольник и два прямоугольных треугольника, либо проводим отрезок, параллельно боковой стороне, и получаем параллелограмм и произвольный треугольник.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Пичурин Л.Ф. За страницами учебника алгебры.- М.: Просвещение, 1990.
2. Шевкин, А.В. Текстовые задачи. – М. Просвещение 1997. – 112с.
3. Галицкий, М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: уч. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич – М.: Просвещение, 1999. – 271 с.
4. Кудряшова Т.Г. Решение нестандартных задач на уроках математики. - Воронеж: ВОИПКиПРО, 2008.
5. Макарычев и др. Алгебра 7кл., 8кл., 9 кл., М.Просвещение, 2012г.
6. Математика 9 класс 40 тестов +задачник Под ред.Д.А.Мальцева, М,2013г.