Муниципальное образовательное учреждение
«Новопетровская основная общеобразовательная школа»
Кулундинский район Алтайский край

Применение теоремы Пифагора

Выполнил:
ученик 8 класса
Прищеп Вячеслав
Руководитель:
учитель математики
Фильченко И.А.

с.Новопетровка

Оглавление

Введение.

Трудно найти человека, у которого имя Пифагора не ассоциировалось бы с его теоремой. Пожалуй, даже те, кто в своей жизни навсегда распрощался с математикой, сохраняют воспоминания о «пифагоровых штанах» - квадрате на гипотенузе, равновеликом двум квадратам на катетах.

Теорема Пифагора одна из главных теорем геометрии, её значение состоит в том, что из неё и с её помощью можно вывести большинство теорем, она широко используется в различных областях науки: технике, практической жизни.

Изучая в 8 классе геометрию, я захотел узнать, где в жизни можно применить знания, полученные на уроках. В частности, где применяется теорема Пифагора.

Гипотеза:
С помощью теоремы Пифагора можно решать не только задачи на уроках математики.

Основная цель нашей работы состояла в том, чтобы исследовать теорему Пифагора и показать её практическое применение в жизни.

Задачи:
- Рассмотреть легенды о жизни и деятельности Пифагора;
- Рассмотреть историю открытия теоремы Пифагора;
- Показать применение теоремы Пифагора при решении различных задач.

Для достижения поставленной цели необходимо: изучить биографию Пифагора, историю открытия теоремы; показать какое значение имеет открытие теоремы Пифагора в развитии геометрии; показать применение теоремы в курсе геометрии и жизни.

Методика исследования:
- Изучение теоретического материала.
- Практическое выполнение исследования.
- Коммуникативный (метод измерения, беседа с работниками Ростелекома).

Теоретическая часть:

Биография Пифагора

Великий ученый Пифагор родился около 570 г. до н.э. на острове Самосе. Отцом Пифагора был Мнесарх, резчик по драгоценным камням. Имя же матери Пифагора неизвестно. Мальчик был очень способным и отец отвез его в Сирию, в Тир, чтобы там его научили халдейские мудрецы. Он узнает о таинствах египетских жрецов. Загоревшись желанием войти в их круг и стать посвященным, а также по совету Фалеса он начинает готовиться к путешествию в Египет. Изучив язык и религию египтян, он уезжает в Мемфис. Несмотря на рекомендательное письмо фараона, хитроумные жрецы не спешили раскрывать Пифагору свои тайны, предлагая ему сложные испытания. Но влекомый жаждой к знаниям, Пифагор преодолел их все, хотя по данным раскопок египетские жрецы не многому могли его научить, т.к. в то время египетская геометрия была чисто прикладной наукой (удовлетворявшей потребность того времени в счете и в измерении земельных участков). Поэтому, научившись всему, что дали ему жрецы, он, убежав от них, двинулся на родину в Элладу. Однако, проделав часть пути, Пифагор решается на сухопутное путешествие, во время которого его захватил в плен Камбиз, царь Вавилона, направлявшийся домой. В Вавилоне он изучал древнюю культуру и достижения науки разных стран 10 лет. Не стоит драматизировать жизнь Пифагора в Вавилоне, т.к. великий властитель Кир был терпим к своим пленникам. Вавилонская математика была, бесспорно, более развитой (примером этому может служить позиционная система исчисления), чем египетская, и Пифагору было чему поучиться. Вернувшись на родину, Пифагор организовал пифагорейский орден и школу философов и математиков. Туда принимались с большими церемониями после долгих испытаний. Каждый вступающий отрекался от своего имущества и давал клятву хранить в тайне учения основателя. Пифагорейцы занимались математикой, философией, естественными науками. Ими было сделано много важных открытий в арифметике и геометрии. Однако, в школе существовал декрет, по которому все авторство математических работ приписывалось самому Пифагору. Именно Пифагору приписывают и доказательство знаменитой геометрической теоремы.

На основе преданий, распространенных известными математиками (Прокл, Плутарх и др.), длительное время считали, что до Пифагора эта теорема не была известна, отсюда и название – теорема Пифагора.

За свои пропагандистские идеи Пифагор нажил много врагов. Школа его в Кротоне была разрушена, многие из его учеников были убиты, да и сам он едва не погиб.

Утверждают, что он умер в древнегреческом городе Метапонте в возрасте то ли 90, то ли 80 лет. Но версий его смерти несколько.

История теоремы

Исторический обзор начнем с древнего Китая. Здесь особое внимание привлекает математическая книга Чу-пей. В этом сочинении так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5:

"Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4".

Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство $3^2 + 4^2 = 5^2$ было известно уже египтянам еще около 2300 г. до н. э., во времена царя Аменемхета I .

По мнению Кантора *гарпедонапты*, или "натягиватели веревок", строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5.

Несколько больше известно о теореме Пифагора у вавилонян. В одном тексте, относимом ко времени Хаммураби, т. е. к 2000 г. до н. э., приводится приближенное вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника. Отсюда можно сделать вывод, что в Двуречье умели производить вычисления с прямоугольными треугольниками, по крайней мере в некоторых случаях. Основываясь, с одной стороны, на сегодняшнем уровне знаний о египетской и вавилонской математике, а с другой- на критическом изучении греческих источников, Ван-дер-Варден (голландский математик) сделал следующий вывод:

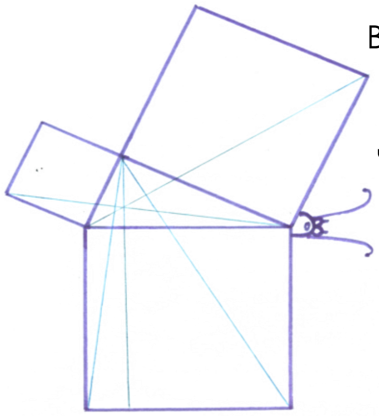
"*Заслугой первых греческих математиков, таких как Фалес, Пифагор и пифагорейцы, является не открытие математики, но ее систематизация и обоснование. В их руках вычислительные рецепты, основанные на смутных представлениях, превратились в точную науку.*"

Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около 18 века до н. э.

Теорема Пифагора имеет огромное значение: она применяется в геометрии буквально на каждом шагу, и тот факт, что существует около 500 различных доказательств этой теоремы (геометрических, алгебраических, механических и т.д.), свидетельствует о её широком применении.

Теорема почти всюду носит имя Пифагора, но в настоящее время все согласны с тем, что она была открыта не Пифагором. Однако одни полагают, что он первым дал её полноценное доказательство, другие же отказывают ему и в этой заслуге.

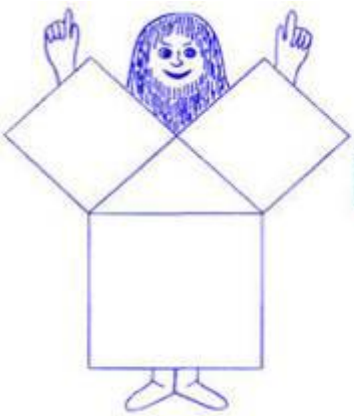
Доказательство теоремы считалось в кругах учащихся средних веков очень трудным и называлось "ослиным мостом" или "бегством убогих", так как некоторые «убогие» ученики, не имевшие серьезной математической подготовки, бежали от геометрии.



В некоторых списках «Начал» Евклида теорема Пифагора называлась теоремой Нимфы, «теорема – бабочка», по-видимому из-за сходства чертежа с бабочкой, поскольку словом «нимфа» греки называли бабочек. Нимфами греки называли еще и невест, а также некоторых богинь.

.

Учащиеся даже рисовали карикатуры и составляли стишки вроде этого:



Пифагоровы штаны
Во все стороны равны.

Формулировки теоремы тоже различны. Общепринятой считается следующая:

"В прямоугольнике треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов".

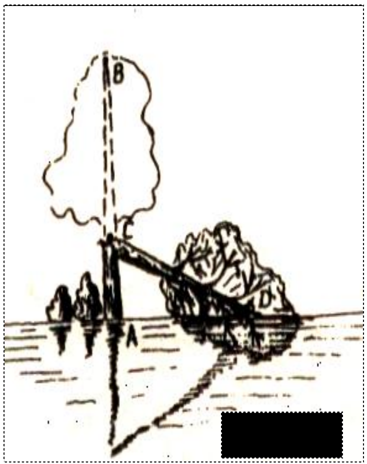
Практическая часть:

Применение теоремы Пифагора в курсе геометрии и жизни.

Не буду приводить все примеры использования теоремы - это вряд ли было бы возможно. Область применения теоремы достаточно обширна и вообще не может быть указана с достаточной полнотой. Эту теорему знали за много лет до Пифагора. Так, за 1500 лет до Пифагора древние египтяне знали о том, что треугольник со сторонами 3, 4 и 5 является прямоугольным, и пользовались этим свойством (т. е. теоремой, обратной теореме Пифагора) для построения прямых углов при планировке земельных участков и сооружений зданий. Да и сейчас строители и плотники, закладывая фундамент дома, изготовляя его детали, вычерчивают этот треугольник, чтобы получить прямой угол.

Рассмотрим *исторические задачи*

Задача индийского математика XII века Бхаскары



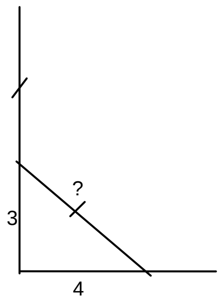
"На берегу реки рос тополь одинокий.
Вдруг ветра порыв его ствол надломал.
Бедный тополь упал. И угол прямой
С теченьем реки его ствол составлял.
Запомни теперь, что в этом месте река
В четыре лишь фута была широка
Верхушка склонилась у края реки.
Осталось три фута всего от ствола,
Прошу тебя, скоро теперь мне скажи:
У тополя как велика высота?"

$3^2 + 4^2 = x^2$

$X^2 = 25$

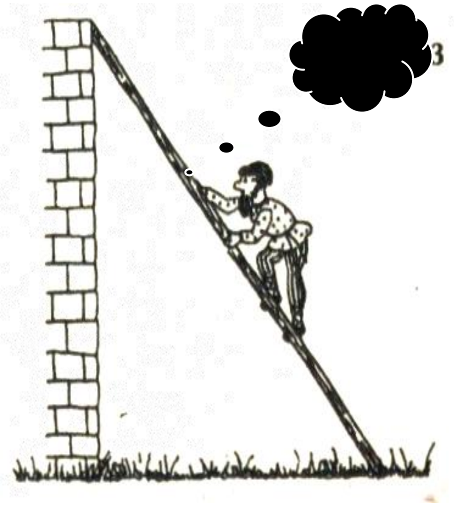
$X = 5$(футов) – длина отломленной части ствола;

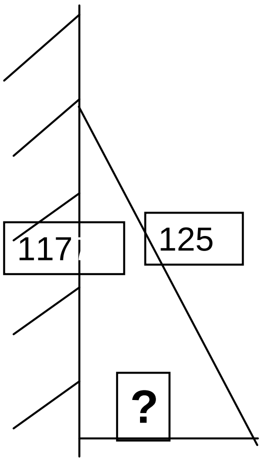
$3 + 5 = 8$(футов) – высота тополя.



Задача из учебника "Арифметика" Леонтия Магницкого

Случися некоему человеку к стене лествицу
прибрати, у стены же тоя высота есть 117 стоп.
И обретете лестницу долготью 125 стоп.
И ведати хощет, колико стоп сея лествицы
нижний конец от стены отстояти имать.





$125^2 = 117^2 + X^2$

$X^2 = 125^2 – 117^2$

$X^2 = (125 – 117)(125 + 117)$

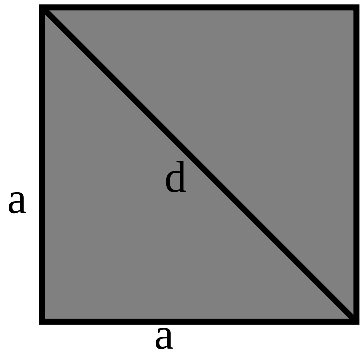
$X^2 = 8*242$

$X^2 = 4*4*121$

$X = 2*2*11$

X = 44(стопы) – нижний конец лестницы отстоит от стены

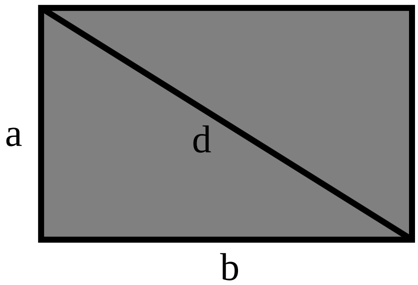
Рассмотрим возможности, которые дает теорема Пифагора для вычисления длин отрезков некоторых фигур на плоскости.



1) Диагональ ***d*** квадрата со стороной ***a*** можно рассматривать как гипотенузу прямоугольного равнобедренного треугольника с катетом ***a***. Таким образом, $d^2=a^2+a^2$

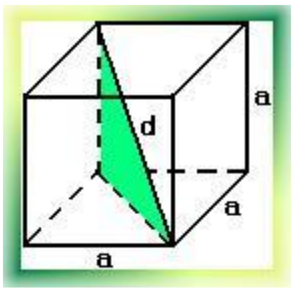
$$d^2=2*a^2$$

$$d=\sqrt{2}*a.$$



2) Диагональ ***d*** прямоугольника со сторонами ***a*** и ***b*** вычисляется подобно тому, как вычисляется гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами ***a*** и ***b***. Таким образом, мы имеем

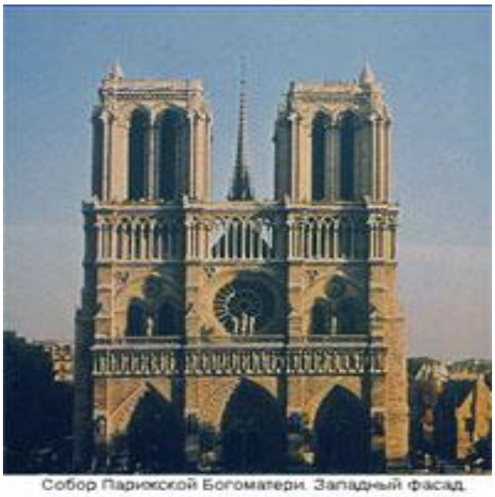
$$d^2=a^2+b^2, \quad d=\sqrt{a^2+b^2}.$$



Возможности применения теоремы Пифагора к вычислениям не ограничиваются планиметрией. Рассмотрим некоторые простейшие пространственные тела .
На рисунке изображён куб, внутри которого проведена диагональ ***d***, являющаяся одновременно гипотенузой прямоугольного треугольника, закрашенного на рисунке. Катетами треугольника служат ребро куба и диагональ квадрата, лежащего в основании (как указывалось ранее, длина этой диагонали равна $\sqrt{2}*a$). Отсюда имеем

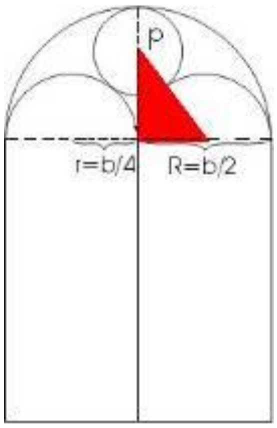
$$d^2=a^2+ (\sqrt{2}*a)^2$$
$$d^2=a^2+2*a^2=3*a^2$$
$$d=\sqrt{3}*a$$

Рассмотрим случаи применения теоремы Пифагора на практике.



Пример 1.

В зданиях романского и готического стиля верхние части окон расчленяются каменными рёбрами, которые не только играют роль орнамента, но и способствуют прочности окон.



В романской архитектуре часто встречается мотив, представленный на этом рисунке.
Рассмотрим, как применяется в таких задачах теорема Пифагора.
Если ***b*** обозначает ширину окна, то радиусы полуокружностей будут равны ***R=b/2*** и ***r =b/4***. Радиус ***p*** внутренней окружности можно вычислить из прямоугольного треугольника, изображённого на рисунке цветом .
Гипотенуза этого треугольника, проходящая через точку касания окружностей, равна ***b/4+ p***, один катет равен ***b/4***, а другой ***b/2- p***. По теореме Пифагора имеем:

$$(b/4+ p)^2=(b/4)^2+(b/2- p)^2$$

или

$$b^2/16+b p /2+ p^2=b^2/16+b^2/4-b p + p^2,$$

откуда

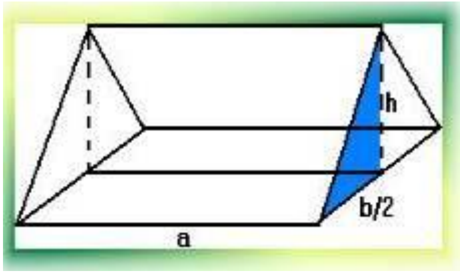
$$b* p /2=b^2/4 - b p .$$

Разделив на ***b*** приводя подобные члены, получим:

$3* p /2=b/4$, $p =b/6$, т.е. радиус ***p*** внутренней окружности = ***b/6.***

Пример 2.

При строительстве домов и коттеджей часто встает вопрос о длине стропил для крыши, если уже изготовлены балки. Например: в доме задумано построить двускатную крышу (форма в сечении). Какой длины должны быть стропила, если изготовлены балки определенной длины.



Длина стропил $L=\sqrt{((b/2)^2+h^2)}=\sqrt{(b^2/4+h^2)}$,

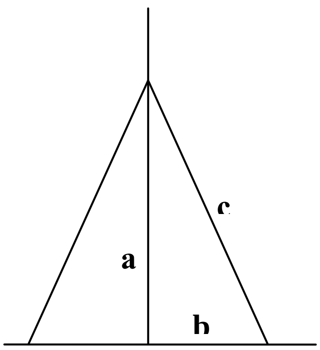
Например высота чердака $h=2$м, длина стороны дома $b=6$м,
длина стропил $L = \sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}\approx 3{,}6$ м

А вопрос о величине боковой поверхности должен интересовать, например, кровельщика при подсчёте стоимости кровельных работ. Например, если хотим покрыть крышу металлочерепицей. Заметим, что расчёт площади кровли можно сильно упростить, если воспользоваться одним очень простым правилом, справедливым во всех случаях, когда все скаты крыши, сколько бы их ни было, имеют одинаковый уклон. Оно гласит: *чтобы найти поверхность крыши, все скаты которой имеют равный уклон, нужно умножить перекрываемую площадь на длину какого-либо стропила и разделить полученное произведение на проекцию этого стропила на перекрываемую площадь.*

В будущем решение такой задачи мне пригодится при ремонте или строительстве.

<u>Пример 3.</u>

Необходимо закрепить трубу на школьной котельной угольниками. Один конец угольника должен крепиться на высоте 1,5м, другой на земле на расстоянии 1 м от трубы. Определить сколько метров угольника понадобится для того, чтобы закрепить трубу.



По теореме Пифагора $c^2= a^2+b^2$, значит $c=\sqrt{a^2+b^2}$

$c=\sqrt{2,25+1}=\sqrt{3,25}=1,9$ м

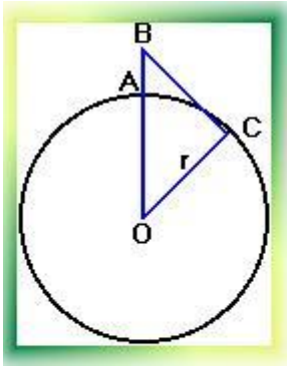
1,9*3=5,7 м угольника понадобится

<u>Пример 4.</u>

В настоящее время среди операторов мобильной связи идёт большая конкуренция. Чем надежней связь, чем больше зона покрытия, тем больше пользователей у оператора.

При строительстве вышки часто приходится решать задачу: какую наибольшую высоту должна иметь вышка, чтобы передачу можно было принимать в определенном радиусе.

Мы на основе задачи, найденной в Интернете, решили решить задачу: Какую наименьшую высоту должна иметь вышка мобильной связи, поставленная в селе Кулунда, чтобы близлежащие села попали в зону связи (расстояние от вышки до близлежащих сел от 3 до 31км.)?



Решение: Пусть AB= x км, радиус зоны связи BC=31 км, радиус Земли 6380 км

Применив теорему Пифагора, получу уравнение

$(x+6380)^2=31^2+6380^2$;

$x^2+12760x-961=0$;

$D=162817600+3844=162821444$, $\sqrt{D}\approx12760,150$;

$x\approx75$ м

Мы узнали у работников узла связи, что высота вышки сотовой связи, расположенной в центре Кулунды, равна 75м. Зона покрытия сигнала по моим расчетам 31 м, что соответствует действительности

Вывод: я исследовал теорему Пифагора и в практической части работы показал:

- применение теоремы в многообразии задач разного характера: геометрических, задачах из древнего мира;
- практическое применение в жизни.

Заключение.

Результат нашей исследовательской работы показал, что теорема Пифагора в настоящее время очень популярна, а причина её популярности заключается в том, что в теореме сочетается простота, красота, значимость. Работая над исследованием, мы убедились, что теорема Пифагора проста, но не очевидна.

Теорема имеет большое значение: она используется в геометрии практически в каждой задаче, она лежит в основе доказательства множества других геометрических теорем и имеет большое практическое применение.

Литература.

1. Геометрия: учеб. для 7-9 кл. сред. шк. / авт.-сост. Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. - 4-е изд. - М.: Просвещение, 2004. - 335 с.
2. Энциклопедический словарь юного математика / сост. А. П. Савин. - М.: Педагогика, 1989. - 352 с.
3.Глейзер Г. И. История математики в школе. М., 1982
4.История теоремы Пифагора

5.http://th-pif.narod.ru/pract.htm